正規化理論

― 更新時異状と情報無損失分解 ―

内容

- 更新時異状
- 情報無損失分解
- 関数従属性

更新時異状 (update anomaly)

- リレーションの設計が悪ければ → 異状が生じることがある
- どのような異状があるか
  - タップル挿入時異状 (insertion anomaly)
    - ✓ データを追加しようとする際に,
      キー制約に抵触して, タップルを挿入できない
  - タップル削除時異状 (deletion anomaly)
    - ✓ 不要なタップルの削除に伴い
      消えてはならないデータが失われる
  - タップル修正時異状 (modification anomaly)
    - ✓ データの修正に伴い
      修正するタップルが必要以上に多くなる
    - ✓ タップルの修正に伴い
      消えてはならないデータが失われる

情報無損失分解

- 更新時異状が発生する原因
  - 1つのリレーションに多くのデータを組み込もうとしたことで，異なった事象を格納してしまった
    - ✓ 次スライドのリレーション「注文」は注文情報と商品情報を含んでいた
- 解決法：射影を用いて表を分解する
  - 次のスライドの下の表のように，射影を用いて注文情報と商品情報を分ける
  - 分解したリレーションを自然結合したものが常に元のリレーションになる場合，情報が失われていないことになる
    → 情報無損失分解

注文

顧客名	商品名	数量	単価	金額
A商店	テレビ	3	198,000	594,000
Bマート	テレビ	10	198,000	1,980,000
Bマート	レコーダ	5	89,800	449,000
C社	AVアンプ	1	59,800	59,800

分解

注文[顧客名, 商品名, 数量, 金額]

顧客名	商品名	数量	金額
A商店	テレビ	3	594,000
Bマート	テレビ	10	1,980,000
Bマート	レコーダ	5	449,000
C社	AVアンプ	1	59,800

注文[商品名, 単価]

商品名	単価
テレビ	198,000
レコーダ	89,800
AVアンプ	59,800

情報無損失分解の定義

リレーションスキーマ $\boldsymbol{R}(X,Y,Z)$ (X, Y, Z は互いに素な属性集合 とする) を2つの射影，$\boldsymbol{R}[X,Y]$ と $\boldsymbol{R}[X,Z]$ に分解したとき，

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}[X,Y] * \boldsymbol{R}[X,Z]$$

＊は自然結合

が成立するなら，この分解は情報無損失分解 (information lossless decomposition) であるという

この性質は，リレーションスキーマに対して成立しなければならない

あるインスタンスに成り立つが，別のインスタンスで成り立たないのは ✕ (だめ)

多値従属性の定義

リレーションスキーマ $\boldsymbol{R}(X,Y,Z)$ に対して情報無損失分解の性質が成り立つとき,

$\boldsymbol{R}$ に多値従属性 (multi-valued dependency, MVD) $X \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow Y \mid Z$ が存在するという

情報無損失分解を多値従属性で表現すると,

リレーションスキーマ $\boldsymbol{R}(X,Y,Z)$ がその2つの射影 $\boldsymbol{R}[X,Y]$ と $\boldsymbol{R}[X,Z]$ に情報無損失分解されるための**必要かつ十分条件**は

$\boldsymbol{R}$ に多値従属性 $X \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow Y \mid Z$ が存在する

こと

関数従属性 Functional Dependency, FD

- リレーションを情報無損失分解するための十分条件となる
- 定義

リレーションスキーマ $\boldsymbol{R}(X,Y,Z)$ に関数従属性 $X \rightarrow Y$ が存在するとは，次の条件が成立するときのことをいう

Rを$\boldsymbol{R}$の任意のインスタンスとするとき，

$$(\forall t, t' \in R)(t[X] = t'[X] \Rightarrow t[Y] = t'[Y])$$

あるタプルの属性 X の値が決まれば
属性 Y の値が関数的に決まる

完全関数従属性 Fully Functional Dependency

- 関数従属性 $X \rightarrow Y$ で，X の任意の真部分集合 X' $(X' \subset X)$ について

  $X' \rightarrow Y$ は成立しない

  とき，Y は X に完全関数従属しているという

候補キーとFDの関係

従属性の概念を用いて候補キーを定義できる
(FDの定義で用いた Y を全属性と考えればよい)

リレーションスキーマ $\boldsymbol{R}(A_1, A_2, \cdots, A_3)$ の属性集合 K が候補キーであるとは，次の性質を満たすときをいう

Rを$\boldsymbol{R}$の任意のインスタンスとして，

(1) $(\forall t, t' \in R)(t[K] = t'[K] \Rightarrow t = t')$

(2) Kのどのような真部分集合Hに対しても (1) の性質は成立しない

(1)は関数従属性の定義に相当する

(2)を含むと完全関数従属性の定義に相当する

関数従属性の性質

- アームストロングの公理系 (Armstrong axioms)
  - 反射律 (reflexivity law)

    $Y \subseteq X$ のとき $X \to Y$ が成立する
  - 添加律 (argumentation law)

    $X \to Y$ のとき $XZ \to YZ$ が成立する

    XZ は $(X \cup Z)$ とも記す
  - 推移律 (transitivity law)

    $X \to Y$ かつ $Y \to Z$ のとき $X \to Z$ が成立する

その他の法則

- アームストロング公理系から導くことができる法則
  - 合併律 (union law)
    $X \rightarrow Y$ かつ $X \rightarrow Z$ のとき $X \rightarrow YZ$ が成立する
  - 擬推移律 (pseudo-transitivity law)
    $X \rightarrow Y$ かつ $WY \rightarrow Z$ のとき $XW \rightarrow Z$ が成立する
  - 分解律 (decomposition law)
    $X \rightarrow Y$ かつ $Z \subseteq Y$ のとき $X \rightarrow Z$ が成立する

その他の法則の証明例 (合併律)

①	$X \to Y$	(条件)
②	$XX \to YX$	(添加律)
③	$X \to XY$	($XX = X$, $YX = XY$)
④	$X \to Z$	(条件)
⑤	$XY \to ZY$	(添加律)
⑥	$XY \to YZ$	($ZY = YZ$)
⑦	$X \to XY \to YZ$	(③, ⑥)
⑧	$X \to YZ$	(推移律)